

Problemi senza numeri

Nel laboratorio *Problemi* mischiati, pubblicato sul n. 8/2003, avevamo posto come prioritaria nella risoluzione dei problemi scolastici standard la necessità che l'alunno si impegnasse in una lettura approfondita del testo come primo passo necessario e ineliminabile per pianificare un percorso risolutivo. In quella circostanza la "rottura" tra narrazione della situazione problematica e domanda induceva una ricerca di significato che, a volte, per ragioni non sempre evidenti, i nostri alunni sembrano non tenere nella dovuta considerazione.

Questa nuova proposta si focalizza ancora una volta sul testo legandolo però strettamente alla ricerca mirata dei dati significativi, il cui trattamento opportuno da parte degli alunni conduce poi alla risoluzione.

È abitudine consolidata nella pratica didattica concernente le modalità risolutive dei problemi invitare gli alunni a mettere in evidenza i dati, dichiarandone la loro "qualità" prima di procedere alla risoluzione del problema. Notiamo che se, per un verso, con tale pratica si intende di fatto richiamare l'attenzione su questi elementi portanti della risoluzione e sul loro significato, per l'altro ciò non impedisce spesso un loro uso improprio, casuale, che denuncia comunque una carenza di comprensione.

Il seguente laboratorio si pone l'obiettivo di indurre gli alunni a una consapevolezza più marcata dell'importanza dei dati numerici e della loro stretta relazione, da una parte con il testo, dall'altra con la risoluzione. Molto semplicemente i nostri testi non contengono dati numerici: è l'alunno che deve ricerca-

re le informazioni necessarie, selezionando convenientemente solo quelle che egli ritiene utili e che gli possono consentire di giungere a una soluzione. Le due proposte, focalizzando l'attenzione rispettivamente sulla lingua specifica del problema e sui dati numerici, sottolineano implicitamente ed efficacemente la peculiarità dal punto di vista linguistico e matematico della configurazione strutturale del problema e portano contemporaneamente gli alunni a cogliere l'importanza di questi aspetti per l'adozione di corrette strategie di soluzione. Errori, ridondanze, omissioni divengono per noi insegnanti una fonte preziosa di informazioni, oltre che sul livello delle conoscenze maturate dagli allievi, anche sul grado delle loro potenzialità intellettuali e delle loro capacità di pensiero divergente.

Piano di lavoro

Collegamenti

Didattica di Matematica, classe 4^a, pp. 60-63.

Nucleo tematico

Risolvere e porsi problemi.

Prerequisiti

- Conoscere le quattro operazioni.
- Saperle utilizzare per la risoluzione di problemi.

Conoscenze, abilità, competenze

RISOLVERE E PORSI PROBLEMI

- Riconoscere l'esigenza di acquisire dati per la soluzione di un problema,
- Formulare un piano per l'acquisizione di dati significativi per la risoluzione di un problema,
- Riflettere sulla struttura del testo di un problema,
- Comprendere il testo di un problema,
- A fronte di più soluzioni possibili, operare scelte adeguate e motivarle.

Spazi e tempi

L'attività è strettamente individuale. Ciascuna fase prevede comunque, al termine, una modalità collettiva di discussione e

confronto (intera classe, piccoli gruppi...). Il tutto può svolgersi all'interno del comune spazio aula.

La gestione dei momenti iniziali dell'attività è certamente facilitata se viene effettuata con la presenza contemporanea di due insegnanti.

I tempi prevedibili sono valutati in 1 ora circa per ogni fase.

Materiali

Carta e penna.

Raccordi

Lingua italiana.

Bibliografia

B. D'Amore, *Problemi*, Franco Angeli, Milano 1993.

R. Iaderosa, N. Malara, C. Pellegri, "Avvio ad attività di matematizzazione attraverso problemi", in *La Matematica e la sua didattica*, n. 2, 1994.

Gli autori

Giorgio Gabellini e Franca Masi sono supervisori del tirocinio nel Corso di laurea in Scienze della Formazione primaria dell'Università di Bologna e membri del Nucleo di ricerca in Didattica della Matematica di Bologna.

Fase 1

Tante domande in più

1 Mettiamo gli alunni in condizione di rompere i soliti schemi legati alla proposta di tipologie standardizzate di problemi e invitiamo, di tanto in tanto, il gruppo classe a discutere e a ricercare collettivamente le soluzioni ad alcuni problemi che non richiedono strumenti matematici.

2 Proponiamo qui sotto tre esempi nei quali gli alunni non hanno a disposizione quegli elementi di conoscenza della situazione problematica che consentirebbe loro di rispondere immediatamente al quesito. Devono invece porsi una o più domande ulteriori e preliminari che, generalizzando, potrebbero suonare pressappoco così: “Quali strumenti o informazioni mi sono necessari?”; “Come posso fare per acquisirli?”.

• Sarei curioso di sapere quanto crescerete in altezza da oggi alla fine della scuola. Come pensate che potremmo fare per saperlo? Come pensate che potremmo fare per stabilire chi di voi è cresciuto di più?



• Vogliamo sistemare l'armadietto portazainetti in fondo all'aula senza però coprire quel bel cartellone appeso sulla

stessa parete. Sarà possibile? Cosa potremmo fare per saperlo senza spostare subito l'armadietto?

• Andremo in gita a Firenze. Vogliamo stabilire se costa meno il viaggio in treno o il viaggio in pullman. Cosa dobbiamo fare?

3 Siamo convinti che l'uso di una molteplicità di approcci rappresenta uno strumento potente per affrontare concezioni sbagliate, preconcetti e stereotipi e liberare energie nuove soprattutto a livello di fase di risoluzione dei problemi. Proponiamo quindi alcune attività che, almeno nella loro fase iniziale, comportano da parte di noi insegnanti un impegno molto pressante per rispondere, in tempi possibilmente brevi, alle prevedibili e numerose domande degli alunni. Il lavoro si articola come nello schema seguente.

SCHEMA DI LAVORO

a. Dettiamo un testo/storia senza dati numerici nel quale si narrano eventi appartenenti al comune, quotidiano vissuto degli alunni.

b. Il testo/storia si conclude con una domanda dal “marcato” sapore matematico.

c. Gli alunni devono acquisire i dati numerici necessari chiedendo a noi insegnanti, per iscritto, ogni informazione ritenuta utile per rispondere alla domanda del testo/storia.

d. Noi insegnanti avremo preventivamente definito i dati numerici in risposta alle prevedibili domande degli alunni e ci muoveremo tra i banchi rispondendo, sempre per iscritto, a qualsiasi domanda l'alunno ci ponga, anche se errata e non pertinente. Ovviamente non risponderemo a quelle domande che di fatto costituirebbero la risoluzione del problema.

e. Acquisiti i dati, invitiamo gli alunni a: riscrivere il testo secondo una formulazione standard di tipo scolastico (cioè con l'inserimento di tutti i dati precedentemente acquisiti); dare soluzione al problema.

4 Prevediamo sempre, come già suggerito nella proposta *Problemi bucati* del laboratorio *Problemi mischiati* (n. 8/2003), una fase di socializzazione dei percorsi individuali degli alunni nei quali ciascuno motiva le proprie scelte, riconosce i propri e gli altrui errori, si rende conto della ricchezza di possibilità che erano a sua disposizione per giungere a un risultato corretto.

Le difficoltà di interpretazione

1 Iniziamo con un esempio caratterizzato da alcune difficoltà interpretative.



IL COMPLEANNO DI ANDREA

In occasione del suo compleanno, tra i tanti festeggiamenti, Andrea decide di invitare i suoi cinque amici del cuore per una merenda tutti insieme. Vorrebbe apparecchiare la tavola con tovaglioli di carta, piatti e bicchieri di plastica, offrire Coca Cola in lattine da 33 centilitri e una torta acquistata in pasticceria. Quanto verrà a costare ad Andrea la merenda?

Il testo poneva ai bambini i seguenti dubbi di non facile soluzione:

1. Il calcolo del costo di tovaglioli, piatti e bicchieri va considerato a confezione intera o rapportato all'effettivo numero di tovaglioli, piatti e bicchieri utilizzati?
2. La quantità di lattine di Coca Cola occorrente è pari al numero dei commensali?
3. Quale utilizzo fare dei due dati numerici presenti nel testo?

2 Richiamiamo l'attenzione degli alunni sul fatto che nella pratica l'acquisto di tovaglioli, piatti e bicchieri fa riferimento a un prezzo da pagare per confezione intera. Per ovviare alla potenzialità fuorviante del dato 33 cl, mostriamo una lattina di Coca Cola di tale contenuto.

Le domande che avevamo previste, con le relative risposte, erano le seguenti:

• Quanto costano i tovaglioli?	1,50 euro
• Quanto costano i piatti?	1,20 euro
• Quanto costano i bicchieri?	1,30 euro
• Quanto costa una lattina di Coca-Cola?	0,50 euro
• Quanto costa la torta?	14 euro

Avevamo considerato anche un'ulteriore domanda, comunque non necessaria, se si ritiene implicito che ogni commensale consumi una lattina di Coca Cola:

• Quante lattine di Coca-Cola?	6 lattine
--------------------------------	-----------

3 Abbiamo proposto il problema in diverse classi quarte (e anche in quinte) e solitamente gli alunni, dopo una fase in cui si concentravano sulla lettura del testo, cominciavano a porre le loro domande una o due alla volta: non esaurivano infatti tutte le loro richieste in un unico tempo, ma richiamavano l'attenzione dell'insegnante a più riprese perché rispondesse ad altre domande che, di volta in volta, ritenevano utili per la risoluzione. In generale pochi alunni pongono l'ultima domanda, ma oltre il 50% di coloro che non lo fanno non tengono conto che Andrea è parte integrante e non marginale della festa, quindi si limitano a moltiplicare il costo unitario di una Coca Cola per 5.

4 Osserviamo che gli allievi più palesemente in difficoltà sono, di solito, i più "creativi" nel porre domande spesso poco pertinenti agli aspetti matematici connessi con la situazione da risolvere, ma in ogni caso coerenti con il contesto. Tali alunni poi, in fase di risoluzione, tendevano a utilizzare tutti i dati numerici ottenuti. Lorenzo, per esempio, cogliendo peraltro correttamente l'esigenza di risolvere il problema con un'addizione, non ha esitato ad aggiungere ai vari costi la lunghezza del tavolo e il numero delle sedie; dati che egli aveva ritenuto di chiedere a noi insegnanti e ai quali noi avevamo in ogni caso risposto.



5 Introduciamo infine la ricostruzione del testo, distribuendo un foglio sul quale c'è scritto:

Riscrivi ora su questo foglio in modo completo il problema "Il compleanno di Andrea", come se tu fossi un/una maestro/a e volessi proporlo ai tuoi alunni.

La riformulazione del testo con l'inserimento di tutti i dati acquisiti ha messo in condizione alcuni di accorgersi che non tutti i dati richiesti si dimostravano di fatto utili per la successiva risoluzione.

La risoluzione ha consentito di scoprire la sovrabbondanza dei dati o la loro carenza.

Fase 3

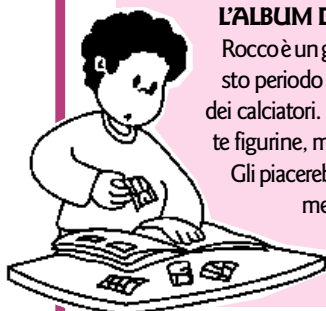
Tutte le domande
in una volta sola

1 Possiamo integrare lo schema di lavoro suggerito nella fase 1 aggiungendo il seguente testo al punto c.:

Le domande degli alunni devono essere poste a noi insegnanti tutte insieme; quando avremo dato tutte le risposte richieste, non risponderemo a domande poste successivamente.

La consegna pone all'alunno l'esigenza di prefigurare la risoluzione nella sua totalità e di crearsi pertanto un'immagine complessiva della situazione problematica e della connessa carenza di dati. Possiamo valutare l'opportunità di consentire un supplemento di richieste che metta in condizione i "frettolosi" e gli "imprevedenti" di portare a termine il loro compito. Si tratta comunque per loro di un passo in avanti significativo, il cui messaggio implicito è quello di renderli più attenti e guardinghi di fronte a consegne che comportano scelte con "conseguenze irreversibili".

2 Diamo in fotocopia il seguente problema.



L'ALBUM DEI CALCIATORI

Rocco è un grande appassionato di calcio. In questo periodo sta facendo la raccolta delle figurine dei calciatori. Sul suo album ha già attaccato molte figurine, ma ancora gliene mancano parecchie.

Gli piacerebbe poterlo completare e pensa: "Come sarebbe bello se, acquistando le bustine di figurine, non trovassi neanche una figurina doppia!".

A seconda della difficoltà che si vuol mettere in campo, le domande possono essere le seguenti:

1. Se questa sua speranza si avverasse, quante bustine dovrebbe ancora comprare Rocco per completare il suo album dei calciatori?
2. Se questa sua speranza si avverasse, quante figurine dovrebbe ancora comprare Rocco per completare il suo album dei calciatori?

3 Noi abbiamo proposto un testo contenente la domanda 1., che indubbiamente presenta un grado di difficoltà più elevato, sottolineando con enfasi l'esigenza che le domande richiedenti i dati mancanti venissero poste tutte assieme. Avevamo previsto che gli alunni formulassero le seguenti tre richieste:

- Quante figurine contiene l'album? 578
- Quante figurine sono già state attaccate? 416
- Quante figurine ci sono in una bustina? 6

Va anche messa in conto la possibilità che l'alunno cerchi di accorciare legittimamente la procedura risolutiva chiedendo:

- Quante figurine mancano?

In questo caso il problema è di molto facilitato; nella nostra esperienza abbiamo preferito mantenere la difficoltà originariamente prevista e, quando ci è stata posta la domanda qui sopra, abbiamo risposto che non conoscevo tale dato e quindi abbiamo invitato l'alunno a formulare nuove diverse domande.



4 Segnaliamo due richieste con rispettive risoluzioni molto curiose. Niccolò pone la seguente unica domanda: "Quanto viene a spendere Rocco per acquistare le figurine mancanti?". Volendo fornire una risposta coerente con i dati previsti, abbiamo rapidamente calcolato il costo e lo abbiamo scritto accanto alla richiesta di Niccolò. Trattandosi di un'attività compiuta prima del gennaio 2001, la risposta è stata 9450 lire. Niccolò sa perfettamente per esperienza diretta che una bustina costa 350 lire e quindi risolve così:

$$9450 : 350 = 27 \text{ (bustine acquistate)}$$

Umberto invece pone correttamente la seconda e la terza domanda, ma per individuare il numero complessivo di figurine contenute nell'album (come nella prima domanda) si preoccupa di sapere quante sono le squadre contenute nell'album e quanti giocatori ci sono per ogni squadra. Pur essendo incorso in errori di calcolo, Umberto esplicita verbalmente il suo percorso dicendo che con quelle informazioni avrebbe potuto stabilire con una moltiplicazione il numero totale delle figurine contenute nell'album.

5 Abbiamo proposto infine la ricostruzione verbale del testo e la risoluzione del problema che hanno consentito una revisione critica da parte degli alunni del loro operato.